

# FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM

## Fyzikální praktikum 2

**Zpracoval:** Jakub Juránek

**Naměřeno:** 24. září 2012

**Obor:** UF    **Ročník:** II    **Semestr:** III

**Testováno:**

### Úloha č. 5:    Magnetické pole

$$T = 21,6 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$p = 993 \text{ hPa}$$

$$\varphi = 48 \text{ \%}$$

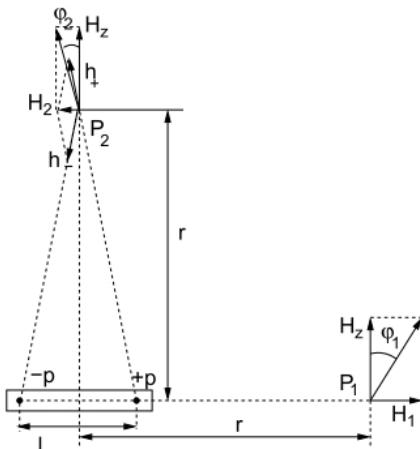
## 1. Teorie

### 1.1. Povinná část

*Měření horizontální složky intenzity magnetického pole Země Gaussovým magnetometrem.*

V této části budeme počítat horizontální složku intenzity magnetického pole Země pomocí výchylky magnetky při působení pole premanentního magnetu a kmitů tohoto magnetu v magnetickém poli Země.

Nejprve tedy výchylka magnetky při působení pole premanentního magnetu.



Obrázek 1

Umístíme-li magnetku, viz Obrázek 1, do Gaussových poloh  $P_1$ , resp.  $P_2$  v okolí premanentního magnetu ve vzdálenosti  $r$ , dochází zde ke skládání magnetického pole země a pole premanentního magnetu. To zapříčiní, že se magnetka vychýlí o úhel  $\varphi_1$ , resp.  $\varphi_2$ .

Nahradíme-li magnet dvěma magnetickými monopóly o magnetickém množství  $+p$  a  $-p$  ve vzdálenosti  $l$  od sebe a označíme-li  $\lambda = \frac{l}{2r}$  a  $M = pl$  magnetický moment magnetu, dostaneme pro velikosti intenzit  $H_1$  a  $H_2$  vztahy:

$$H_1 = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{2M}{r^3(1-\lambda^2)^2}$$

$$H_2 = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{M}{r^3(1+\lambda^2)^{3/2}}$$

Pro výchylky magnetky pak platí vztahy:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{H_1}{H_z} = \frac{1}{4\pi\mu_0 H_z} \frac{2M}{r^3(1-\lambda^2)^2}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{H_2}{H_z} = \frac{1}{4\pi\mu_0 H_z} \frac{M}{r^3(1+\lambda^2)^{3/2}}$$

Kombinací obou vztahů po vhodném umocnění dostáváme vztah:

$$\left( \frac{M}{4\pi\mu_0 H_z} \right)^7 = \frac{1}{8} r^{21} \operatorname{tg} \varphi_1 \operatorname{tg} \varphi_2 (1-\lambda^4)^6$$

ze kterého úvahou, že  $r \gg l$  a tedy  $\lambda^4 \ll 1$  a nahrazení geomtrického průměru aritmetickým dostaneme:

$$A = \frac{M}{H_z} = \frac{4\pi\mu_0 r^3}{7} \left( \frac{3 \operatorname{tg} \varphi_1}{2} + 4 \operatorname{tg} \varphi_2 \right)$$

Vezmeme-li jako veličiny  $\operatorname{tg} \varphi_1$  a  $\operatorname{tg} \varphi_2$ , spočítáme pak nejistotu  $u(A)$  vzorcem:

$$u(A) = \sqrt{\left( \frac{4\pi\mu_0 3r^2}{7} \right)^2 \left( \frac{3 \operatorname{tg} \varphi_1}{2} + 4 \operatorname{tg} \varphi_2 \right)^2 u^2(r) + \frac{49}{4} \left( \frac{4\pi\mu_0 r^3}{7} \right)^2 u^2(\operatorname{tg} \varphi_1) + 16 \left( \frac{4\pi\mu_0 r^3}{7} \right)^2 u^2(\operatorname{tg} \varphi_2)}$$

Nyní kmity magnetu v magnetickém poli Země.

Bude-li výchylka  $\varphi$  osy magnetu vůči magnetickému poli Země malá, můžeme approximovat  $\sin \varphi \approx \varphi$ , a při použití vlákna s velmi malým torzním momentem, můžeme zapsat pohybovou rovnici:

$$J \frac{d^2\varphi}{dt^2} + M H_z \varphi = 0$$

kde  $J$  je moment setrvačnosti magnetu, který pro válcový magnet spočítáme vzorcem:

$$J = \frac{m}{4} \left( \frac{D^2}{4} + \frac{l^2}{3} \right)$$

kde  $m$  je jeho hmotnost,  $D$  průměr a  $l$  délka.

Nejistotu  $u(J)$  poté spočteme:

$$u(J) = \sqrt{\frac{1}{16} \left( \frac{D^2}{4} + \frac{l^2}{3} \right)^2 u^2(m) + \left( \frac{m}{4} \right)^2 \left( \frac{D}{2} + \frac{l^2}{3} \right)^2 u^2(D) + \left( \frac{m}{4} \right)^2 \left( \frac{D^2}{4} + \frac{2l}{3} \right)^2 u^2(l)}$$

Magnet harmonicky kmitá s kruhovou frekvencí  $\omega$  danou vztahem:

$$\omega^2 = \frac{MH_z}{J}$$

ze kterého pak dostáváme vyjádření pomocí doby kyyvu  $\tau = \frac{T}{2}$ , kde  $T$  je perioda kmitů:

$$B = MH_z = \frac{\pi^2 J}{\tau^2}$$

Nejistotu  $u(B)$  vyjádříme jako:

$$u(B) = \sqrt{\frac{\pi^4}{\tau^4} u^2(J) + \frac{\pi^4 J^2}{9\tau^6} u^2(\tau)}$$

Nakonec požadovanou velikost horizontální složky intenzity magnetického pole Země dostáváme jako:

$$H_z = \sqrt{\frac{B}{A}}$$

s nejistotou

$$u(H_z) = \sqrt{\frac{4B}{A^3} u^2(A) + \frac{4}{AB} u^2(B)}$$

## 1.2. Varianta B

*Měření intenzity magnetického pole Země tangentovou buzolou.*

V této části opět využijeme vychýlení magnetky v dalším magnetickém poli, tentokrát budezeného cívkou.

Umístíme-li magnetky do středu cívky o poloměru  $R$  s  $N$  závity, kterou protéká proud  $I$ , působí na ni magnetické pole cívky o intenzitě:

$$H = \frac{NI}{2R}$$

Nastavíme-li cívku tak, aby magnetické pole v jejím středu směřovalo kolmo k magnetickému poli Země, můžeme tangenciální výchylky magnetky spočítat jako:

$$\tan \varphi = \frac{H}{H_z}$$

Horizontální složku magnetického pole Země  $H_z$  pak můžeme určit ze vztahu:

$$H_z = \frac{NI}{2R \tan \varphi}$$

Pro praktické měření vyjádříme závislost  $\tan \varphi$  na proudu

$$\tan \varphi = \frac{1}{H_z} \frac{N}{2R} I$$

ve kterém označíme

$$k = \frac{1}{H_z} \frac{N}{2R}$$

Nejistotu  $u(k)$  dostaneme po proložení naměřené závislosti lineární funkcí, z čehož pak dostaneme pro nejistotu  $u(H_z)$  vyjádření:

$$u(H_z) = \frac{u(k)}{K} H_z$$

## 2. Měření

### 2.1. Povinná část

Z praktických důvodů a z konstrukce měřící aparatury, budeme hýbat magnetem, zatímco poloha magnetky bude pevná.

Měření provedeme pro tři různé vzdálenosti  $r$  od magnetky, na obou jejích stranách a to i pro magnet otočený o  $180^\circ$ .

Ze čtyř úhlů pro jednu vzdálenost a Gaussovou polohu určíme průměrný úhel a statistickou nejistotu, ke které poté přidáme systematickou nejistotu  $1^\circ$  a poté vše převedeme na tangens.

Za nejistotu  $r$  zvolíme 1 mm, tedy  $u(r) = 1$  mm.

Naměřené hodnoty:

$r$ [cm]	$\varphi_1$ [°]					$\varphi_2$ [°]			
	50	32,4	36,9	34,2	35,1	18,0	18,9	18,0	20,7
45	38,7	47,7	41,4	43,2	20,7	27,0	21,6	24,3	
40	52,2	59,4	55,8	56,7	27,0	30,6	30,6	32,4	

$r$ [cm]	$\tan \varphi_1$	$\tan \varphi_2$
50	$0,69 \pm 0,02$	$0,33 \pm 0,02$
45	$0,91 \pm 0,04$	$0,42 \pm 0,03$
40	$1,50 \pm 0,03$	$0,59 \pm 0,03$

Z těchto hodnot určíme  $A$  pro tyto tři vzdálenosti zvlášť, každou s vlastní odchylkou.

Výsledná  $A$  pak dostaneme jako jejich průměr a výslednou nejistotu jako kombinaci průměru nejistot a statistické nejistoty.

$r[\text{cm}]$	$A [\text{NA}^{-2}\text{m}^3]$
50	$(67 \pm 2) \cdot 10^{-8}$
45	$(63 \pm 3) \cdot 10^{-8}$
40	$(67 \pm 2) \cdot 10^{-8}$

$$A = (67 \pm 2) \cdot 10^{-8} \text{ NA}^{-2} \text{ m}^3$$

Dobu kyvu zavěšeného magnetu budeme měřit třikrát, a to tak, že vždy změříme deset period.

Tyto hodnoty zprůměrujeme a vydělíme dvaceti, takže dostaneme dobu kyvu  $\tau$ .

Nejistotu  $u(10T)$  dostaneme kombinací statistické nejistoty se systematickou nejistotou 1 s, způsobenou reakční dobou. Z tohoto pak dostáváme  $u(\tau)$

$10T[\text{s}]$
103,96
102,80
101,84

$$\tau = (5,14 \pm 0,06) \text{ s}$$

Dále potřebujeme zjistit rozměry magnetu, které změříme šuplérou s nejistotou  $\pm 0,2 \text{ mm}/100 \text{ mm}$ .

$$l = (122,7 \pm 0,2) \text{ mm}$$

$$D = (20,7 \pm 0,1) \text{ mm}$$

Nakonec už jen potřebujeme určit hmotnost  $m$  magnetu, který, abychom vyloučili jeho vliv na váhy, zvážíme nejprve v obalu, dostaneme hmotnost  $M$ , a poté zvážíme samotný obal o hmotnosti  $m_o$ .

Poté platí  $m = M - m_o$ .

$$M = (873,95 \pm 0,02) \text{ g}$$

$$m_o = (569,47 \pm 0,02) \text{ g}$$

$$m = (304,48 \pm 0,03) \text{ g}$$

Moment setrvačnosti  $J$  je tedy:

$$J = (391 \pm 1) \text{ kg m}^2$$

Celkem tedy:

$$B = (1461 \pm 7) \cdot 10^{-7} \text{ Nm}$$

Velikost horizontální složky magnetické pole Země je tedy:

$$H_z = (15 \pm 1) \text{ A m}^{-1}$$

## 2.2. Varianta B

Parametry cívky:

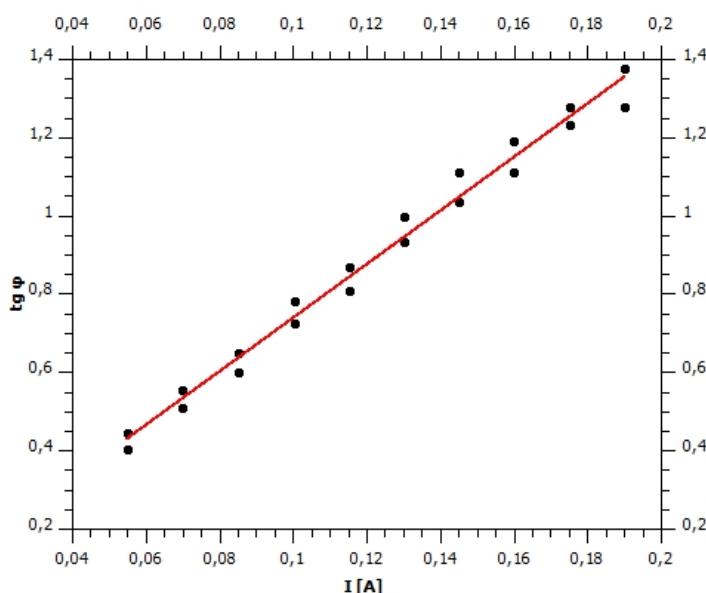
$$N = 80$$

$$2R = 62 \text{ cm}$$

Pro měření proudové závislosti zvolíme krok asi 15 mA, přičemž výchylku změříme pro oba směry toku proudu.

$I[\text{mA}]$	$\varphi[\text{°}]$	
189,8	52	54
175,0	51	52
159,9	48	50
145,0	46	48
130,1	43	45
115,1	39	41
100,2	36	38
85,1	31	33
69,9	27	29
54,8	22	24

Nyní vložíme do grafu závislost  $\operatorname{tg} \varphi$  na proudu  $I$  a lineárním proložením dostaneme koeficient  $k$ .



$$k = (6,7 \pm 0,1) \text{ A}^{-1}$$

Z čehož již určíme intenzitu horizontální složky magnetického pole Země:

$$H_z = (19,3 \pm 0,4) \text{ A m}^{-1}$$

### 3. Závěr

Provedli jsme dvě různá měření velikosti horizontální složky intenzity magnetického pole Země. Po převedení dostáváme hodnoty  $(19 \pm 1) \mu\text{T}$  a  $(24,2 \pm 0,5) \mu\text{T}$ , přičemž udávaná hodnota pro Českou republiku je asi  $21 \mu\text{T}$ .

Dostali jsme tedy na jednoduchost použitých přístrojů poměrně slušné výsledky.

Menší relativní nejistota v druhém měření je dána jednak tím, že veličiny  $N$  a  $2R$  byly dány bez nejistoty, jednak tím, že v první části máme větší nejistotu tangenty úhlu v poloze  $P_1$  ve vzdálenosti 45 cm a že nám pro tuto situaci vyšla odlišnější hodnota A, což se pak projevilo ve statistické chybě. Související příčinou rozdílných relativních nejistot je jistě způsobena tím, že magnetka v druhém případě byla evidentně v lepším stavu.